أولاً : قوانين الحساب والجبر

مجموعات الأعداد :

[١] مجموعة الأعداد الطبيعية ط = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ... }

[٢] مجموعة الأعداد الكلية ك = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ... }

[٣] مجموعة الأعداد الصحيحة صـ = { ... ، ٣- ، ٢- ، ١- ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ... }

[٤] مجموعة الأعداد النسبية ن = { $\frac{أ}{ب}$: أ ، ب ∈ صـ ، ب ≠ صفر }

[٥] مجموعة الأعداد الغير نسبية نَ مثل الجذور الصماء $\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{٥}$ ، ط = $\frac{٢٢}{٧}$ ، ...

[٦] الأعداد الحقيقة ح = (- ∞ ، ∞) = ن ∪ نَ

[٧] مجموعة الأعداد الزوجية على الصورة ٢ن حيث ن عدد صحيح { ٠ ، ٢ ، ٤ ، ... }

[٨] مجموعة الأعداد الفردية على الصورة ٢ن + ١ حيث ن عدد صحيح { ١ ، ٣ ، ٥ ، ... }

[٩] مجموعة الأعداد الأولية : هي المجموعة التي قواسمها { ١ ، نفس العدد } فقط

[١٠] مجموعة الأعداد الموجبة : كل س حيث س > صفر

[١١] مجموعة الأعداد السالبة : كل س حيث س < صفر

الكسور الاعتيادية :

[١] $\frac{أ}{ب} + \frac{جـ}{د} = \frac{أ \times د + ب \times جـ}{ب \times د}$ ، $\frac{أ}{ب} - \frac{جـ}{د} = \frac{أ \times د - ب \times جـ}{ب \times د}$

[٢] $\frac{أ}{ب} + \frac{جـ}{ب} = \frac{أ + جـ}{ب}$

[٣] $\frac{أ}{ب} \pm ١ = \frac{أ \pm ب}{ب}$

[٤] $\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{د} = \frac{أ \times جـ}{ب \times د}$

رفع الكسر $\frac{ب}{ج}$ أ = $\frac{أ ج + ب}{ج}$ (المقامات ≠ صفر)

الكسور العشرية :

هو كل كسر مقامة ١٠ ، ١٠٠ ، ١٠٠٠ ، ...

نلاحظ أن :

$\frac{١}{٢}$ = ٠,٥ = ٥٠ ٪

$\frac{١}{٤}$ = ٠,٢٥ = ٢٥ ٪

$\frac{١}{٥}$ = ٠,٢ = ٢٠ ٪

$\frac{١}{٨}$ = ٠,١٢٥ = ١٢,٥ ٪

$\frac{٤}{٥}$ = ٠,٨ = ٨٠ ٪

$\frac{٣}{٥}$ = ٠,٦ = ٦٠ ٪

عند الضرب في قوى العشرة حرك الفاصلة ناحية اليمين حسب عدد الأصفار.

عند القسمة على قوى العشرة حرك الفاصلة ناحية اليسار حسب عدد الأصفار.

العمليات على الأعداد :

قاعدة الإشارات في حالة الجمع والطرح :

(+) + (+) = (+) اجمع

(-) + (-) = (-) اجمع

(-) + (+) = إشارة الأكبر مع الطرح

قاعدة الإشارات في حالة الضرب والقسمة :

إذا تشابهت الإشارات فإن الناتج موجب

وإذا اختلفت الإشارات فإن الناتج سالب

النسبة :

مقارنة بين كميتين باستخدام الأعداد النسبية $\frac{أ}{ب}$ = أ : ب

النسبة المئوية : نسبة مقامها مئة ويرمز لها بالرمز ٪

التناسب الطردي : زيادة مع زيادة ، نقصان مع نقصان

أ : ب

جـ : د ⟸ أ × د = ب × جـ

التناسب العكسي : زيادة مع نقصان ، نقصان مع زيادة

أ ← ب

جـ ← د ⟸ أ × ب = جـ × د

النسبة المئوية للزيادة = $\frac{\text{مقدار الزيادة}}{\text{العدد الأصلي}} \times ١٠٠$

النسبة المئوية للنقصان = $\frac{\text{مقدار النقصان}}{\text{العدد الأصلي}} \times ١٠٠$

النسبة المئوية للربح = $\frac{\text{مقدار الربح}}{\text{ثمن الشراء}} \times ١٠٠$

النسبة المئوية للخسارة = $\frac{\text{مقدار الخسارة}}{\text{ثمن الشراء}} \times ١٠٠$

المكسب = ثمن البيع – ثمن الشراء

الخسارة = ثمن الشراء – ثمن البيع

فكرة الضرب التبادلي :

[١] الأول : الثاني : الثالث (العمود الأول للفاعل ، العمود الثاني للمفعول به ، العمود الثالث للزمن) يجب مراعاة الترتيب أثناء الحل

أ : ب : جـ

د : هـ : و

د × ب × و = أ × هـ × جـ

[٢] الأول : الثاني : الثالث (يجب توحيد المجهولين في العمود الثاني)

أ : ب : ... (يضرب السطر الأول في جـ)

... : جـ : د (يضرب السطر الثاني في ب)

أ جـ : ب جـ : ب د

التحويل بين الوحدات :

[١] الأطوال : ١ كم = ١٠٠٠ م = ١٠٠٠٠ دسم = ١٠٠٠٠٠ سم = ١٠٠٠٠٠٠ ملم

[٢] الأوزان : الطن = ١٠٠٠ كجم ، ١ كجم = ١٠٠٠ جم

[٣] الزمن : السنة = ١٢ شهر ، الأسبوع = ٧ أيام ، اليوم = ٢٤ ساعة

الساعة = ٦٠ دقيقة ، الدقيقة = ٦٠ ثانية ، ٦٠ دقيقة = ٣٦٠٠ ثانية

[٤] السعة : ١ لتر = ١٠٠٠ ملل ، ١ سم^{٣} = ١ ملل ، ١ لتر = ١ دسم^{٣}

[٥] مقياس الرسم = $\frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}}$

قوانين الأسس :

[١] $أ^{هـ} \times أ^{ن} = أ^{هـ+ن}$

[٢] $أ^{هـ} \div أ^{ن} = أ^{هـ-ن}$ حيث أ ≠ صفر

[٣] $(أ^{هـ})^{ن} = أ^{هـ \times ن}$

[٤] $(أ \times ب)^{هـ} = أ^{هـ} \times ب^{هـ}$

[٥] $(\frac{أ}{ب})^{هـ} = أ^{هـ} \div ب^{هـ}$ حيث ب ≠ صفر

[٦] $(أ)^{٠} = ١$ حيث أ ≠ صفر

ملاحظة :

$(أ + ب)^{هـ} \neq أ^{هـ} + ب^{هـ}$

$(أ - ب)^{هـ} \neq أ^{هـ} - ب^{هـ}$

قوانين الجذور :

إذا كان أ ، ب غير سالبين :

[١] $\sqrt{أ} \times \sqrt{ب} = \sqrt{أ \times ب}$

[٢] $\sqrt{أ} \div \sqrt{ب} = \sqrt{أ \div ب}$

[٣] $\sqrt[ن]{أ^{هـ}} = أ^{\frac{هـ}{ن}}$ مثلا $\sqrt{أ} = أ^{\frac{١}{٢}}$ ، $\sqrt[٣]{أ} = أ^{\frac{١}{٣}}$

ملاحظة :

$\sqrt[ن]{أ \pm ب} \neq \sqrt[ن]{أ} \pm \sqrt[ن]{ب}$

المتطابقات :

هي مساواة بين عبارتين رياضيتين متكافئتين

[١] $(أ \pm ب)^{٢} = أ^{٢} \pm ٢ أ ب + ب^{٢}$

[٢] $(أ \pm ب)^{٣} = أ^{٣} \pm ٣ أ^{٢} ب + ٣ أ ب^{٢} \pm ب^{٣}$

تحليل المقادير الجبرية :

[١] أ س + أ ص = أ (س + ص) أخراج العامل المشترك

[٢] $س^{٢} - ص^{٢}$ = (س − ص) (س + ص) تحليل الفرق بين مربعين

[٣] $س^{٣} + ص^{٣}$ = (س + ص) ($س^{٢}$ − س ص + $ص^{٢}$) تحليل مجموع المكعبين

[٤] $س^{٣} - ص^{٣}$ = (س − ص) ($س^{٢}$ + س ص + $ص^{٢}$) تحليل الفرق بين مكعبين

[٥] أ س + أ ص + ب س + ب ص = أ (س + ص) + ب (س + ص) = (أ + ب) (س + ص) التجميع المناسب

[٦] $س^{٢}$ + ٢ ب س + $ب^{٢}$ = $(س + ب)^{٢}$ تحليل إكمال المربع

المتباينات والمتراجحات :

عبارة رياضية تحتوي على الرموز $\geqslant$ ، $\leqslant$ ، $<$ ، $>$ ومن خواصها :

[١] إذا كان أ < ب فإن أ ± جـ < ب ± جـ

[٢] إذا كان أ < ب فإن أ جـ < ب جـ حيث جـ عدداً موجباً

[٣] إذا كان أ < ب فإن (أ ÷ جـ) < (ب ÷ جـ) حيث جـ عدداً موجباً

ملاحظة :

يتم تغيير اتجاه علامة التباين ⩽ إلى ⩾ ، < إلى > والعكس في الحالات التالية :

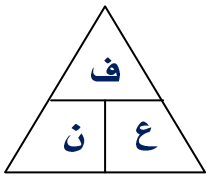
[١] الضرب × عدد سالب إذا كان أ < ب فإن أ جـ > ب جـ حيث جـ عدداً سالباً

[٢] القسمة على عدد سالب إذا كان أ < ب فإن (أ ÷ جـ) > (ب ÷ جـ) حيث جـ عدداً سالباً

[٣] أخذ مقلوب الطرفين إذا كان أ < ب فإن (١ ÷ أ) > (١ ÷ ب)

[٤] عند تربيع الطرفين إذا كان أ < ب فإن أ^{٢} > ب^{٢} حيث أ ، ب سالبين

قوانين الحركة :



[١] العلاقة بين المسافة (ف) والسرعة (ع) والزمن (ن)

[٢] السرعة المتوسطة = $\frac{\text{المسافة الكلية}}{\text{الزمن الكلي}}$

أو $\frac{١}{\text{ع ذهاباً}} + \frac{١}{\text{ع إياباً}} = \frac{٢}{\text{ع المتوسطة}}$

أو السرعة المتوسطة = $\frac{٢ \times \text{حاصل ضرب السرعتين}}{\text{مجموع السرعتين}}$

ملاحظة :

[١] عندما تكون الحركة في اتجاه واحد نطرح السرعتين

[٢] عندما تكون الحركة في اتجاهين مختلفين نجمع السرعتين

ملاحظات على الأعداد :

[١] قابلية القسمة على ٢ : العدد يقبل القسمة على ٢ إذا كان آحاده عدداً زوجياً .

[٢] قابلية القسمة على ٣ : العدد يقبل القسمة على ٣ إذا كان مجموع أرقامه تقبل القسمة على ٣

[٣] قابلية القسمة على ٤ : العدد يقبل القسمة على ٤ إذا كان العدد المكون من الآحاد والعشرات يقبل القسمة على ٤

[٤] قابلية القسمة على ٥ : العدد يقبل القسمة على ٥ إذا كان آحاده صفر أو ٥

[٥] قابلية القسمة على ٦ : العدد يقبل القسمة على ٦ إذا كان يقبل القسمة على ٢ ، ٣ معاً

[٦] قابلية القسمة على ٧ : نكتب العدد على الصورة ب + ١٠ جـ ثم نحسب ٢ ب – جـ فإذا كان الناتج أحد مضاعفات العدد ٧ فإن العدد يقبل القسمة على ٧

مثلاً : ١٠٥ = ٥ + ١٠ × ١٠ ⟸ ب = ٥ ، جـ = ١٠

٢ ب – جـ = ١٠ – ١٠ = صفر

وهو من مضاعفات العدد ٧ ⟸ العدد ١٠٥ يقبل القسمة على ٧

[٧] قابلية القسمة على ٨ : العدد يقبل القسمة على ٨

إذا كان (الآحاد + ٢ × العشرات + ٤ × المئات) يقبل القسمة على ٨

مثلاً : العدد ٢٥٢٨ ⟸ (٨ + ٢ × ٢ + ٤ × ٥) = ٣٢ يقبل القسمة على ٨ ، إذاً العدد ٢٥٢٨ يقبل القسمة على ٨

[٨] قابلية القسمة على ٩ : العدد يقبل القسمة على ٩ إذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على ٩

مثلاً : العدد ٨١٥٤ نجد ٤ + ٥ + ١ + ٨ = ١٨ يقبل القسمة على ٩ ، إذاً العدد ٨١٥٤ يقبل القسمة على ٩

[٩] قابلية القسمة على ١٠ : العدد يقبل القسمة على ١٠ إذا كان رقم آحاده صفر

[١٠] قابلية القسمة على ١١ : العدد يقبل القسمة على ١١ إذا كان :

(مجموع المراتب الفردية) – (مجموع المراتب الزوجية) = صفر أو يقبل القسمة على ١١

مثلاً : العدد ١٢٩٦٨٤٥ ⟸ (٥ + ٨ + ٩ + ١) – (٤ + ٦ + ٢) = ٢٣ – ١٢ = ١١ يقبل القسمة على ١١

أمثلة على قوانين الحساب والجبر :

[١] رفع الكسر :

حول العدد $٧\frac{١}{٣}$ إلى كسر ؟

الحل :

$$٧\frac{١}{٣} = \frac{٣ \times ٧ + ١}{٣} = \frac{٢١ + ١}{٣} = \frac{٢٢}{٣}$$

[٢] تحويل الكسر إلى عدد كسري :

حول العدد $\frac{١٠٨}{٥}$ إلى عدد كسري ؟

الحل :

$$\frac{١٠٨}{٥} = \frac{١٠٥ + ٣}{٥} = \frac{١٠٥}{٥} + \frac{٣}{٥} = ٢١\frac{٣}{٥}$$ (أو بالقسمة المطولة)

[٣] إيجاد النسبة :

أوجد نسبة ٢٠ برتقالة إلى ١٢ تفاحة ؟

الحل :

نسبة البرتقال إلى التفاح $= \frac{٢٠}{١٢} = \frac{٥}{٣} = ٥ : ٣$

[٤] التناسب :

أوجد قيمة س إذا كانت الأعداد س ، ٥ ، ٣ ، ٤ متناسبة على التوالي ؟

الحل :

$$\frac{٣}{٤} = \frac{س}{٥} \Longleftarrow س = \frac{٣ \times ٥}{٤} = \frac{١٥}{٤}$$

[٥] التناسب الطردي :

إذا كان ثمن ١٠ دفاتر يساوي ١٢ ريال فكم يبلغ ثمن ١٥ دفتراً ؟

الحل :

عدد الدفاتر	الثمن
١٠	١٢
١٥	س

س × ١٠ = ١٥ × ١٢

$س = \frac{١٥ \times ١٢}{١٠} = \frac{٥ \times ٣ \times ٢ \times ٦}{٢ \times ٥} = ١٨$

[٦] التناسب العكسي :

ينهي ٥٦ عاملاً مشروعاً خلال ٣ أيام . كم عاملاً يستطيعون إنهاء المشروع في يومين ؟

الحل :

عدد العمال	عدد الأيام
٥٦	٣
س	٢

س × ٢ = ٥٦ × ٣

$س = \frac{٥٦ \times ٣}{٢} = ٤٨$ عاملاً

[٧] نسبة الزيادة :

عند زيادة العدد ٤٠ بمقدار ٢٥ ٪ ما هو العدد الناتج ؟

الحل :

العدد الناتج = العدد الأصلي + (العدد الأصلي × نسبة الزيادة)

العدد الناتج = ٤٠ + (٤٠ × ٢٥٪) = ٤٠ + (٤٠ × $\frac{٢٥}{١٠٠}$) = ٤٠ + ١٠ = ٥٠

[٨] نسبة النقصان :

عند نقصان العدد ٥٠ بمقدار ٢٥ ٪ ما هو العدد الناتج ؟

الحل :

العدد الناتج = العدد الأصلي – (العدد الأصلي × نسبة النقصان)

العدد الناتج = ٥٠ – (٥٠ × ٢٥ ٪) = ٥٠ – (٥٠ × $\frac{٢٥}{١٠٠}$) = ٥٠ – ١٢,٥ = ٣٧,٥

[٩] مقياس الرسم :

المسافة بين بلدين ٣٥ كيلومتر فإذا كانت المسافة بين البلدين على الخريطة ٥ سم . أوجد مقياس الرسم ؟

الحل :

مقياس الرسم = $\frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}}$

مقياس الرسم = $\frac{٥}{٣٥ \times ١٠٠٠ \times ١٠٠}$ = $\frac{١}{٧٠٠٠٠٠}$ = ١ : ٧٠٠٠٠٠

[١٠] الضرب التبادلي :

إذا كانت ثلاث قطط تستغرق ٣ دقائق في قتل ٣ فئران . فكم دقيقة تستغرق مئة قطة في قتل ١٠٠ فأر؟

الحل :

القطط : الفئران : الزمن

٣ : ٣ : ٣

١٠٠ : ١٠٠ : س

١٠٠ × ٣ × س = ٣ × ١٠٠ × ٣ ⟸ س = ٣

[١١] الأسس :

إذا تساوت الأساسات ⟸ تتساوى الأسس ، وإذا تساوت الأسس ⟸ تتساوى الأساسات

وإذا لم يحدث نضع الأس = صفر

١) حل المعادلة : $س^{م+٢} - ٢ = س^{١٠} - ٢$

الحل :

$س^{م+٢} = س^{١٠} \Longleftarrow م + ٢ = ١٠ \Longleftarrow م = ١٠ - ٢ \Longleftarrow م = ٨$

٢) حل المعادلة : $٧^{س-٢} = ٨^{س-٢}$

الحل :

س − ٢ = صفر

س = ٢

[١٢] الجذور :

أيهما أكبر $\sqrt{٣ + ٧}$ أم $\sqrt{٣ + ٤٨}$

الحل :

$\sqrt{٣ + ٤٩}$ ، $\sqrt{٣ + ٤٨}$

وحيث أن :

$\sqrt{٤٩} > \sqrt{٤٨} \Longleftarrow \sqrt{٣ + ٧} < \sqrt{٣ + ٤٨}$

[١٣] المتطابقات :

١) إذا كان $(س^{٢} - ص^{٢}) = ٢٠$ ، $(س + ص) = ٤$ أوجد (س − ص) ؟

الحل :

$(س^{٢} - ص^{٢}) = (س + ص)(س - ص)$ تحليل فرق بين مربعين

$٢٠ = ٤ \times (س - ص)$

$(س - ص) = \frac{٢٠}{٤} = ٥$

٢) إذا كان $(س^{٢} + ص^{٢}) = ٥٠$ ، $(س + ص) = ٨$ أوجد س ص =

الحل :

$(س + ص)^{٢} = (س^{٢} + ص^{٢}) + ٢ س ص$ من إكمال المربع

$(٨)^{٢} = ٥٠ + ٢ س ص$

$٦٤ = ٥٠ + ٢ س ص$

$٢ س ص = ١٤$

$س ص = ٧$

[١٤] تحليل المقادير الجبرية :

أوجد ناتج : $\frac{٤^{٣} + ٤^{٢}}{١٦} =$

الحل :

$\frac{٤^{٢} (١ + ٤)}{٤^{٢}} = ١ + ٤ = ٥$

[١٥] المعادلات الجبرية :

ثلاثة أعداد فردية متتالية مجموعها ٢٧ فما هي ؟

الحل :

العدد الأوسط = $٢٧ \div ٣ = ٩$

الأعداد هي : ٧ ، ٩ ، ١١

[١٦] المتباينات :

حل المتباينة $٢ س - ٣ \leqslant ٥$

الحل :

$٢ س \leqslant ٥ + ٣$

$٢ س \leqslant ٨ \Longleftarrow س \leqslant ٤$

[١٧] قوانين الحركة :

١) تسير دراجة هوائية بسرعة ٢٠ كم / ساعة وتسير دراجة نارية بسرعة ٩٥ كم / ساعة . إذا افترقتا باتجاهين متعاكسين بعد كم ساعة تصبح المسافة بينهما ٥٧٥ كلم ؟

الحل :

الزمن = المسافة / مجموع السرعتين (لأن الحركة في اتجاهين متعاكسين)

الزمن = $\frac{٥٧٥}{٢٠ + ٩٥} = \frac{٥٧٥}{١١٥}$ = ٥ ساعات

٢) تسير سيارة بسرعة ١٠٠ كلم / ساعة ذهاباً ثم تعود لتقطع المسافة نفسها ولكن بسرعة ٨٠ كلم / ساعة . ما متوسط سرعة رحلة هذه السيارة ذهاباً وإياباً ؟

الحل :

السرعة المتوسطة = ٢ × حاصل ضرب السرعتين / مجموع السرعتين

السرعة المتوسطة = $\frac{٢ \times ١٠٠ \times ٨٠}{١٠٠ + ٨٠} = \frac{١٦٠٠٠}{١٨٠} = \frac{٨}{٩}$ ٨٨ كلم / ساعة

٣) تسير سيارة بسرعة ٦٠ كلم / ساعة . فما المسافة التي تقطعها في زمن قدرة ٥ دقائق ؟

الحل :

المسافة = السرعة × الزمن

المسافة = ٦٠ × $\frac{٥}{٦٠}$ (لاحظ يجب تحويل وحدة الزمن إلى ساعات بالقسمة على ٦٠)

المسافة = ٥ كلم

ثانياً : قوانين الهندسة

المستقيمات والهندسة التحليلية :

[١] المسافة بين النقطتين أ (س١ ، ص١) ، ب (س٢ ، ص٢)

هي : | أ ب | = $\sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$

[٢] نقطة المنتصف بين النقطتين أ (س١ ، ص١) ، ب (س٢ ، ص٢)

هي ($\frac{س_1 + س_2}{2}$ ، $\frac{ص_1 + ص_2}{2}$)

[٣] ميل المستقيم أ ب الذي يمر بالنقطتين أ (س١ ، ص١) ، ب (س٢ ، ص٢) = $\frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

[٤] في المستقيمين المتوازيين الميلان متساويان ، وفي المستقيمين المتعامدين حاصل ضرب ميليهما = - ١

[٥] في معادلة المستقيم ص = م س + جـ الميل هو معامل س

[٦] في معادلة المستقيم أ س + ب ص + جـ = صفر ، الميل = - $\frac{أ}{ب}$

الزوايا :

[١] الزاوية الحادة قياسها أكبر من الصفر وأقل من ٩٠°

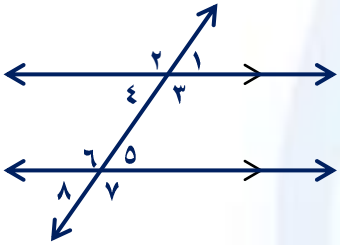
[٢] الزاوية القائمة قياسها ٩٠°

[٣] الزاوية المنفرجة قياسها أكبر من ٩٠° وأقل من ١٨٠°

[٤] الزاوية المستقيمة قياسها ١٨٠°

[٥] الزاويتان المتتامتان مجموعهما ٩٠°

[٦] الزاويتان المتكاملتان مجموعهما ١٨٠°



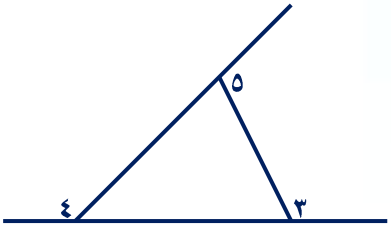
إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن :

[١] كل زاويتان متبادلتان متساويتان

[٢] كل زاويتان متناظرتان متساويتان

[٣] كل زاويتان متقابلتان بالرأس متساويتان

[٤] كل زاويتان متداخلتان مجموعهما ١٨٠°



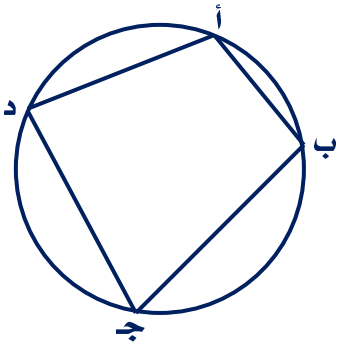
في المثلث :

[١] مجموع الزوايا الداخلية للمثلث = ١٨٠°

[٢] قياس الزاوية الخارجية للمثلث = الداخليتان للمثلث عدا المجاورة لها

[٣] مجموع الزوايا الخارجية للمثلث = ٣٦٠°

$\hat{٣} + \hat{٤} + \hat{٥} = ٣٦٠^\circ$

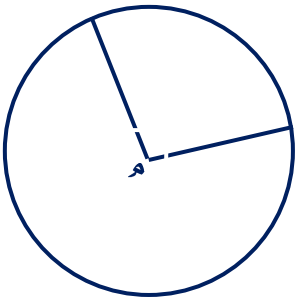


الشكل الرباعي الدائري رؤوسه تقع على الدائرة وفيه :

كل زاويتان متقابلتان مجموعهما = ١٨٠°

$\hat{أ} + \hat{جـ} = ١٨٠^\circ$

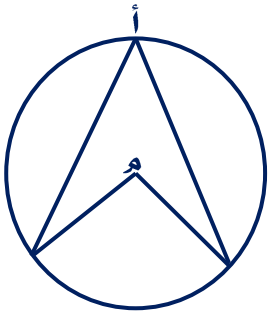
$\hat{ب} + \hat{د} = ١٨٠^\circ$



الزاوية المركزية :

رأسها مركز الدائرة ضلعاها أنصاف أقطار في الدائرة

قياس الزاوية المركزية = قياس القوس المقابل لها



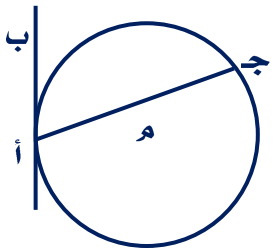
الزاوية المحيطية :

رأسها على الدائرة وضلعيها وتران في الدائرة

قياس الزاوية المحيطية = $\frac{1}{2}$ قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس

قياس الزاوية المحيطية = $\frac{1}{2}$ قياس القوس المقابل لها

ملاحظة : قياس الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة = ٩٠°



الزاوية المماسية : محصورة بين مماس ووتر

قياس الزاوية المماسية = $\frac{1}{2}$ قياس القوس المحدود بضلعيها على الدائرة

ق (ب $\hat{أ}$ جـ) = $\frac{1}{2}$ ($\overset{\frown}{أجـ}$) الأصغر

طول القوس = $\frac{\text{ن}^\circ}{٣٦٠^\circ}$ × محيط الدائرة

حيث : ن = قياس الزاوية المركزية للقوس

مساحة القطاع الدائري :

هي عبارة عن قطعة من مساحة الدائرة = $\frac{1}{2}$ × نق × ل

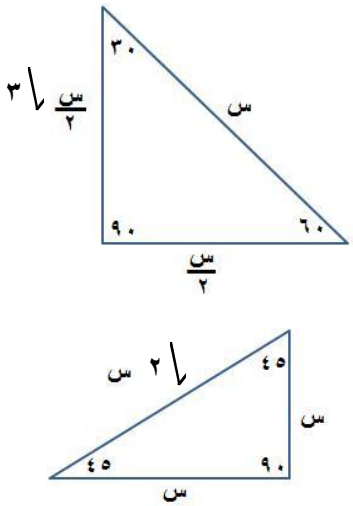
حيث : نق = طول نصف قطر الدائرة ، ل = طول قوس القطاع

ملاحظة :

في المثلث المتطابق الأضلاع قياس كل زاوية ٦٠°

في المثلث المتطابق الساقين زاويتا القاعدة متطابقتان

ويلاحظ أنه إذا كان قياس إحدى زوايا المثلث المتطابق الضلعين = ٦٠° فهو متطابق الأضلاع



بعض خصائص المثلث القائم الزاوية :

[١] مربع طول الوتر = مجموع مربعي طولي ضلعي القائمة (فيثاغورث)

[٢] في المثلث الثلاثيني ستيني :

١) طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° = $\frac{١}{٢}$ طول الوتر

٢) طول الضلع المقابل للزاوية ٦٠° = $\frac{١}{٢}$ طول الوتر × $\sqrt{٣}$

[٣] في المثلث القائم الزاوية والمتطابق الساقين :

طول الضلع المقابل للزاوية ٤٥° = $\frac{١}{٢}$ طول الوتر × $\sqrt{٢}$

في أي مثلث طول الضلع المجهول بمعلومية ضلعين :

الفرق بين طولي الضلعين < طول الضلع < مجموع طولي الضلعين

مجموع زوايا المضلع :

مجموع قياسات الزوايا الداخلية لأي مضلع عدد أضلاعه ن = (ن − ٢) × ١٨٠°

قوانين المحيط لبعض الأشكال الهندسية :

[١] محيط أي مضلع يساوي مجموع أطوال أضلاعه

[٢] محيط الدائرة = ٢ نق ط حيث : ط = $\frac{٢٢}{٧}$ ، نق = نصف قطر الدائرة

قوانين المساحات لبعض الأشكال الهندسية :

[١] مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × الارتفاع

[٢] مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب الضلعين × جيب الزاوية المحصورة بينهما

[٣] مساحة المستطيل = الطول × العرض

[٤] مساحة متوازي الأضلاع = القاعدة × الارتفاع

[٥] مساحة المربع = طول الضلع × نفسه = $\frac{١}{٢}$ (طول قطره)^{٢}

[٦] مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب القطرين

[٧] مساحة شبة المنحرف = $\frac{١}{٢}$ مجموع القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع

[٨] مساحة الدائرة = نق^{٢} ط حيث ط = $\frac{٢٢}{٧}$ = ٣,١٤ ، نق = نصف قطر الدائرة

المجسمات :

[١] مساحة سطح متوازي المستطيلات

= ٢ × [(الطول × الارتفاع) + (العرض × الارتفاع) + (الطول × العرض)]

[٢] المساحة الجانبية للمكعب = ٤ × (طول الضلع)^{٢} ، مجموع أطوال أحرفه = ١٢ × طول ضلعه

[٣] المساحة الكلية للمكعب = ٦ × (طول الضلع)^{٢}

[٤] مساحة سطح الكرة = ٤ نق^{٢} ط ، حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ نق^{٣} ط

[٥] حجم متوازي المستطيلات = الطول × العرض × الارتفاع

[٦] حجم المكعب = (طول الضلع)^{٣}

متفرقات في قوانين الهندسة :

[١] لأي مضلعين متشابهين = $\frac{\text{محيط الضلع الأول}}{\text{محيط الضلع الثاني}}$ = نسبة التشابه

[٢] لأي مضلعين متشابهين = $\frac{\text{محيط الضلع الأول}}{\text{محيط الضلع الثاني}}$ = (نسبة التشابه)^{٢}

[٣] عدد أقطار أي مضلع = $\frac{ن}{٢}$ (ن − ٣) حيث ن عدد الأضلاع

[٤] مساحة المثلث المشترك مع شكل رباعي في قاعدة واحدة ورأس المثلث على ضلع يوازي هذه القاعدة = $\frac{١}{٢}$ مساحة الشكل الرباعي

[٥] مجموع قياسات زوايا المضلع = (ن − ٢) × ١٨٠° حيث ن عدد الأضلاع

[٦] قياس زاوية المضلع المنتظم = $\frac{(ن - ٢) \times ١٨٠^\circ}{ن}$ حيث ن عدد الأضلاع

[٧] مساحة المثلث = $\sqrt{ح (ح - أ') (ح - ب') (ح - جـ')}$

حيث ح نصف محيط المثلث الذي أطوال أضلاعه أ' ، ب' ، جـ'

[٨] مساحة متوازي الأضلاع = $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب القطرين × جيب الزاوية المحصورة بينهما

[٩] عدد المثلثات الناتجة من تقسيم مضلع من رأس واحد = (ن − ٢) حيث ن عدد الأضلاع

[١٠] طول قطر متوازي المستطيلات = $\sqrt{(\text{الطول})^٢ + (\text{العرض})^٢ + (\text{الارتفاع})^٢}$

[١١] عدد الأقطار الخارجة من إحدى رؤوس مضلع = (ن − ٣) حيث ن عدد الأضلاع

أمثلة على قوانين الهندسة :

[١] المسافة بين النقطتين أ (- ٢ ، ٧) ، ب (١ ، ٣) أوجد | أ ب | ؟

الحل :

| أ ب | = $\sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

| أ ب | = $\sqrt{(-٢ - ١)^٢ + (٧ - ٣)^٢}$

| أ ب | = $\sqrt{(-٣)^٢ + (٤)^٢}$

| أ ب | = $\sqrt{٩ + ١٦}$

| أ ب | = $\sqrt{٢٥}$

| أ ب | = ٥

[٢] نقطة المنتصف بين النقطتين أ (٧ ، ٦) ، ب (٥ ، -١٢) أوجد جـ منتصف أ ب ؟

الحل :

$$جـ = \left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} \right)$$

$$جـ = \left(\frac{٧ + ٥}{٢} ، \frac{٦ + (-١٢)}{٢} \right)$$

جـ = (٦ ، - ٣)

[٣] ميل المستقيم :

١) أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين (٢ ، ٢) ، (-١ ، -٤) ؟

الحل :

$$الميل = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

$$الميل = \frac{٢ - (-٤)}{٢ - (-١)}$$

$$الميل = \frac{٦}{٣}$$

الميل = ٢

٢) أوجد ميل المستقيم ٣ س + ٢ ص + ٤ = ٠ ؟

الحل :

$$الميل = \frac{- معامل\ س}{معامل\ ص} = \frac{-٣}{٢}$$

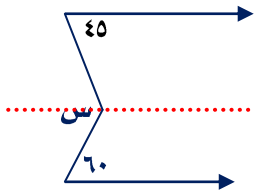
٣) أوجد ميل المستقيم ص = ٢ س + ٥ وكذلك طول الجزء المقطوع من محور الصادات ؟

الحل :

الميل = ٢

طول الجزء المقطوع من محور الصادات = ٥

[٤] الزوايا : في الشكل المجاور أوجد قياس الزاوية س ؟



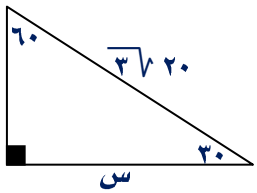
الحل :

من وضع التبادل س° = ٤٥° + ٦٠°

س° = ١٠٥°

[٥] بعض خصائص المثلث القائم الزاوية :

١) في المثلث التالي أوجد س ؟



الحل :

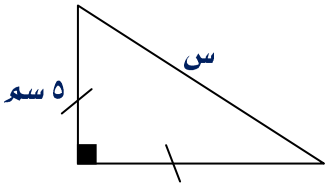
س = $\frac{١}{٢}$ × الوتر × √٣

س = $\frac{١}{٢}$ × ٢٠√٣ × √٣

س = ١٠ × ٣

س = ٣٠ سم

٢) في المثلث التالي أوجد س ؟



الحل :

س = الوتر = √٢ × طول ضلع القائمة

س = ٥ × √٢

س = ٥√٢ سم

ثالثاً : قوانين الإحصاء والاحتمالات

الإحصاء :

[١] الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$

[٢] الوسيط : هو القيمة العددية التي تقسم البيانات إلى مجموعتين متساويتين بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً .

[٣] المنوال : هو القيمة الأكثر تكراراً .

[٤] زاوية القطاع الدائري = $\frac{\text{قيمة الجزء الممثل في القطاع}}{\text{المجموع الكلي}} \times ٣٦٠^\circ$

[٥] النسبة المئوية لأي قطاع = $\frac{\text{زاوية القطاع}}{٣٦٠^\circ} \times ١٠٠ \%$

[٦] القيمة العددية لأي قطاع = المجموع الكلي × النسبة المئوية للقطاع

الاحتمالات :

[١] ح (أ) = $\frac{\text{عدد عناصر الحادثة أ}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}}$

[٢] عدد المجموعات الجزئية لمجموعة = $٢^{ن}$ حيث ن عدد عناصر المجموعة

[٣] ح (أ) + ح (أ ′) = ١ (أ ′ الحادثة المكملة للحادثة أ)

[٤] ح (ش) = ١

[٥] ح (∅) = صفر

التباديل : $ن ل_{ر} = \frac{ن !}{(ن - ر) !}$

التوافيق : $\binom{ن}{ر} = \frac{ن !}{(ن - ر) ! \times ر !}$

أمثلة على الإحصاء والاحتمالات :

[١] الوسط الحسابي : أوجد الوسط الحسابي للكميات (٣ – س) ، (٧ + ٣س) ، (٥ – ٢س)

الحل :

الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$

الوسط الحسابي = $\frac{٣ - س + ٧ + ٣ س + ٥ - ٢ س}{٣}$

الوسط الحسابي = $\frac{١٥}{٣} = ٥$

[٢] الوسيط : إذا كان الوسط الحسابي للأعداد (س + ١) ، (س + ٣) ، (س + ٥) يساوي ٥ فأوجد الوسيط ؟

الحل :

الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$

الوسط الحسابي = $\frac{س + ١ + س + ٣ + س + ٥}{٣}$

$٥ = \frac{٣ س + ٩}{٣}$

١٥ = ٣ س + ٩

٣ س = ١٥ – ٩

٣ س = ٦

س = ٢

الأعداد هي : ٣ ، ٥ ، ٧

الوسيط هو القيمة المتمركزة في وسط القيم ما دامت مرتبة .

الوسيط = ٥

[٣] المنوال : أوجد المنوال للقيم (٢ ، ٣ ، ٤ ، ٢ ، ٥ ، ٦ ، ٨)

الحل :

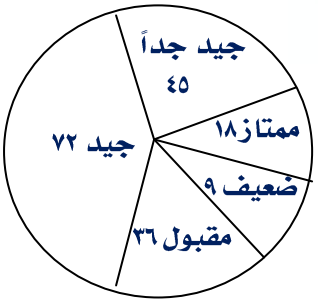
القيمة الأكثر تكراراً هي ٢ ⟸ المنوال = ٢

[٤] زاوية القطاع الدائري : في الشكل المقابل أوجد القطاع الدائري للتقدير ممتاز ؟

الحل :

$$\text{زاوية القطاع} = \frac{\text{قيمة الجزء الممثل في القطاع}}{\text{المجموع الكلي للأجزاء}} \times ٣٦٠^\circ$$

$$\text{زاوية القطاع الدائري للتقدير ممتاز} = \frac{١٨}{١٨٠} \times ٣٦٠^\circ = ٣٦^\circ$$



رابعاً : قوانين خاصة

[١] إيجاد يوم بعد مرور عدد معلوم من الأيام :

يتم بقسمة عدد الأيام على ٧ ثم نحسب الأيام بعد اليوم المذكور بعدد باقي القسمة .

[٢] إيجاد قيمة خانة الآحاد للعدد ٢ :

يتم بقسمة هذا الأس على ٤ والباقي يوضع أساً للعدد ٢ ونوجد الناتج .

[٣] إيجاد عدد الدورات لعجلة :

عدد الدورات = المسافة الكلية ÷ محيط العجلة

[٤] مجموع الأعداد من ١ إلى س = $\frac{\text{س (س + ١)}}{٢}$

[٥] عدد الأشخاص المحصورين بين شخصين في طابور = النهاية – البداية - ١

[٦] خصائص الأعداد الفردية والزوجية :

فردي × فردي = فردي

فردي × زوجي = زوجي

زوجي × زوجي = زوجي

فردي + فردي = زوجي

فردي + زوجي = فردي

زوجي + زوجي = زوجي

[٧] من خصائص الكسور :

إذا كان س كسر موجب بحيث صفر < س < ١ فإن س > $س^{ن}$ حيث ن > ١

[٨] عدد المصافحات : $\binom{ن}{٢} = \frac{ن (ن - ١)}{٢}$ حيث ن عدد الأشخاص

[٩] عدد المستطيلات الناشئة من التقسيم = $\frac{م (م + ١) \times ن (ن + ١)}{٤}$

حيث م عدد الصفوف ، ن عدد الأعمدة

[١٠] عدد المربعات في شكل ذو تقسيم منتظم = $\sum_{ر=١}^{ن} ر^{٢}$

حيث ن عدد المربعات على ضلع المربع الأكبر

[١١] الزاوية بين عقربي الساعة :

الزاوية بين العقربين = (عدد الساعات × ٣٠°) − (عدد الدقائق × $\frac{١١}{٢}$)

[١٢] ترتيب العمليات :

بالترتيب :

١) نجري العمليات داخل الأقواس

٢) نجري عمليات الضرب والقسمة من اليمين إلى اليسار

٣) نجري عمليات الجمع والطرح من اليمين واليسار

[١٣] مبدأ العد : لحساب عدد الصفحات التي تقرأ من صفحة بداية إلى صفحة نهاية

عدد الصفحات = (النهاية − البداية) + ١

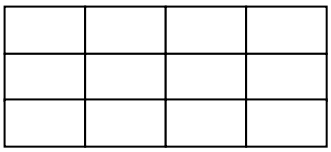
أمثلة على القوانين الخاصة :

[١] عشرة أشخاص متواجدون في مجلس أحصر عدد المصافحات التي تتم بين هؤلاء الأشخاص؟

الحل :

عدد المصافحات = $\binom{١٠}{٢}$ = $\frac{١٠ \times ٩}{٢}$ = ٤٥ مصافحة

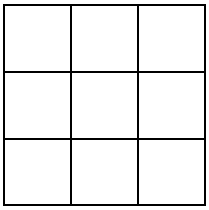
[٢] كم عدد المستطيلات الناتجة من الشكل المقابل ؟



الحل :

عدد الصفوف = م = ٣ ، عدد الأعمدة = ن = ٤

عدد المستطيلات = $\frac{م (م + ١) \times ن (ن + ١)}{٤}$ = $\frac{٣ (٣ + ١) \times ٤ (٤ + ١)}{٤}$ = ٦٠ مستطيل



[٣] كم عدد المربعات الناتجة من تقسيم الشكل المجاور ؟

الحل :

عدد المربعات = $\sum$ ٣ ٢ = ٣ ٢ + ٢ ٢ + ١ ٢ = ٩ + ٤ + ١ = ١٤ مربعاً

[٤] إذا كانت الساعة ٩:٠٥ فما الزاوية التي يصنعها عقرب الساعات مع عقرب الدقائق ؟

الحل :

قياس الزاوية = (٩ × ٣٠ °) − (٥ × $\frac{١١}{٢}$)

قياس الزاوية = ٢٧٠ ° - ٢٧,٥ °

قياس الزاوية = ٢٤٢,٥ ° (الكبرى)

قياس الزاوية الصغرى = ٣٦٠ ° - ٢٤٢,٥ ° = ١١٧,٥ °

[٥] أوجد قيمة (١١ × ١١) + ١١ ÷ ١١ =

الحل :

أولاً الأقواس = ١٢١ + ١١ ÷ ١١

ثانياً القسمة = ١٢١ + ١

ثالثاً الجمع = ١٢٢

[٦] إذا بدأ محمد في قراءة المصحف الشريف من الصفحة الخامسة إلى الصفحة المائة . كم صفحة قرأها محمد ؟

الحل :

عدد الصفحات = النهاية − البداية + ١

عدد الصفحات = ١٠٠ − ٥ + ١

عدد الصفحات = ٩٥ + ١

عدد الصفحات = ٩٦ صفحة

[٧] إذا كان اليوم هو يوم الأحد بعد ٣٥٥ يوم يكون يوم ؟

الحل :

باقي القسمة (٣٥٥ على ٧) = ٥ أيام

يتم عدها بعد يوم الأحد

(الاثنين ، الثلاثاء ، الأربعاء ، الخميس ، الجمعة)

فيكون اليوم هو الجمعة

[٨] أوجد قيمة خانة الآحاد للعدد $٢^{٧١}$

الحل :

إذا كان باقي قسمة الأس على ٤ = ١ فإن قيمة خانة الآحاد ٢

إذا كان باقي قسمة الأس على ٤ = ٢ فإن قيمة خانة الآحاد ٤

إذا كان باقي قسمة الأس على ٤ = ٣ فإن قيمة خانة الآحاد ٨

وحيث أن ٧١ ÷ ٤ = ١٧ والباقي ٣ ⟸ فإن قيمة خانة الآحاد هي ٨

[٩] رجل يطوف حول الكعبة على بعد ٢٥ متر من الكعبة فبعد ٧ أشواط يكون عدد الأمتار التي قطعها ؟

الحل :

محيط العجلة = ٢ نق ط = ٢ × ٢٥ ط = ٥٠ ط

عدد الدورات = المسافة الكلية ÷ محيط العجلة

٧ = المسافة الكلية ÷ ٥٠ ط

المسافة الكلية = ٥٠ ط × ٧

المسافة الكلية = ٣٥٠ ط متراً

[١٠] أوجد مجموع الأعداد من العدد ١ إلى العدد ٢٠ ؟

الحل :

مجموع الأعداد = $\frac{٢٠ (٢٠ + ١)}{٢}$ = ١٠ × ٢١ = ٢١٠

[١١] كم عدد الأشخاص المحصورين بين شخصين ترتيبهما الثانية والعاشر ؟

الحل :

عدد الأشخاص = ١٠ – ٢ – ١

عدد الأشخاص = ٨ – ١

عدد الأشخاص = ٧ أشخاص

[١٢] إذا كان س عدداً فردياً فأي مما يلي يمكن أن يكون فردياً ؟

أ) ٢ س + ٢

ب) س + ٥

جـ) (س + ١)^{٢}

د) س^{٢} + ٢

الحل :

أسهل الطرق أفرض س = ١ عدداً فردياً وبالتعويض : نجد أن الحل الوحيد هو (د)

[١٣] قارن بين :

القيمة الأولى = $\frac{١}{٢}$

القيمة الثانية = $(\frac{١}{٢})^{٥}$

الحل :

$\frac{١}{٢} > (\frac{١}{٢})^{٥}$ لأن $\frac{١}{٢} > \frac{١}{٣٢}$