الفصل 6

التشابه
Similarity

الصف الأول الثانوي

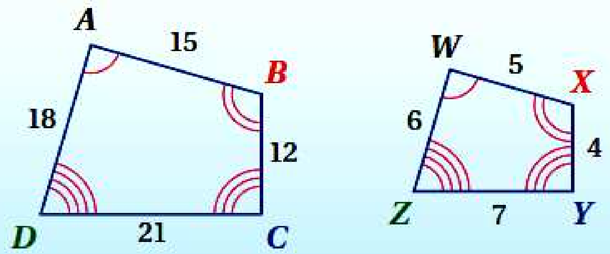
6-1 المضلعات المتشابهة
Similar Polygons

تحديد المضلعات المتشابهة **المضلعات المتشابهة** لها الشكل نفسه، ولكن ليس بالضرورة أن يكون لها القياسات نفسها.

مفهوم أساسي **المضلعات المتشابهة** أضف إلى مطويتك

يتشابه مضلعان إذا وفقط إذا كانت زواياهما المتناظرة متطابقة وأطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

مثال: في الشكل أدناه، *ABCD* يشابه *WXYZ* .



الزوايا المتطابقة:

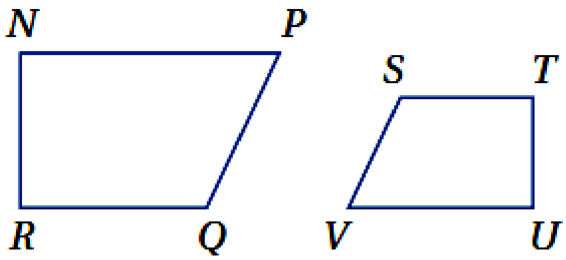
$\angle A \cong \angle W, \angle B \cong \angle X, \angle C \cong \angle Y, \angle D \cong \angle Z$

التناسب:

$$\frac{AB}{WX} = \frac{BC}{XY} = \frac{CD}{YZ} = \frac{DA}{ZW} = \frac{3}{1}$$

الرموز: $ABCD \sim WXYZ$

إذا كان $UVST \sim NPQR$. فاكتب جميع أزواج الزوايا المتطابقة، واكتب تناسبًا يربط بين الأضلاع المتناظرة.



الحل :

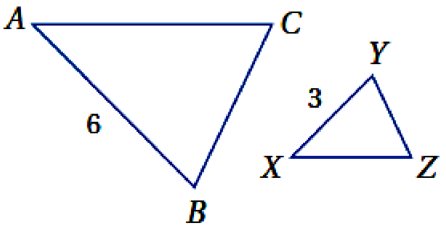
تُسمّى النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة لمضلعين متشابهين **معامل التشابه**. ويعتمد معامل التشابه على ترتيب المقارنة.

ففي الشكل المجاور $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

ومعامل تشابه $\triangle ABC$ إلى $\triangle XYZ$ يساوي $\frac{6}{3}$ أو 2 .

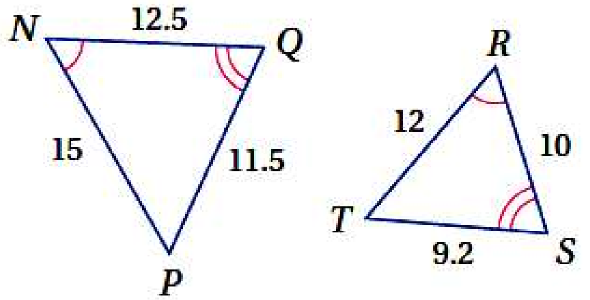
ومعامل تشابه $\triangle XYZ$ إلى $\triangle ABC$ يساوي $\frac{3}{6}$ أو $\frac{1}{2}$.

يسمى معامل التشابه بين مضلعين متشابهين أحيانًا **نسبة التشابه**



حدّد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه. ووضّح إجابتك.

الحل :

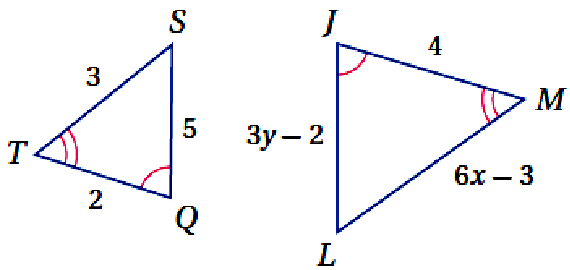


إذا كان $\triangle QST \sim \triangle JLM$، فأوجد قيمة المتغير في كل مما يأتي:

3A) x

3B) y

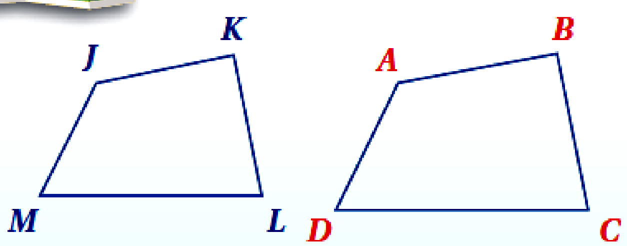
الحل :



نظرية 6.1 محيطا المضلعين المتشابهين

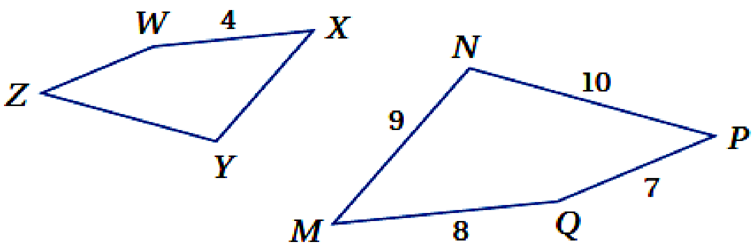
أضف إلى مطويتك

إذا تشابه مضلعان، فإنّ النسبة بين محيطيهما تساوي معامل التشابه بينهما.



مثال: إذا كان $JKLM \sim ABCD$ ، فإنّ

$$\frac{AB + BC + CD + DA}{JK + KL + LM + MJ} = \frac{AB}{JK} = \frac{BC}{KL} = \frac{CD}{LM} = \frac{DA}{MJ}$$

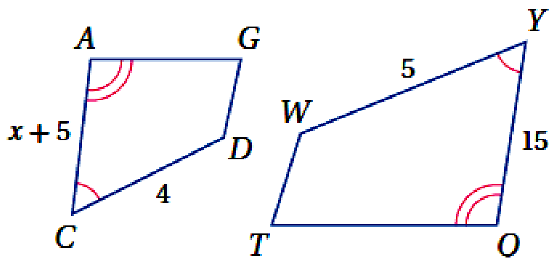


إذا كان $MNPQ \sim XYZW$ ، فأوجد معامل تشابه $MNPQ$ إلى $XYZW$ ، ومحيط كل مضلع.

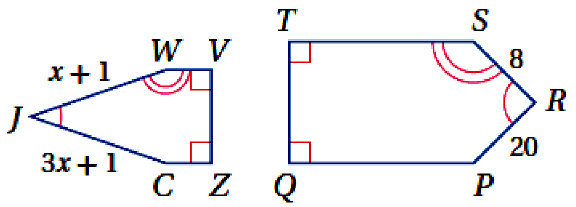
الحل :

في كل مما يأتي، إذا كان المضلعان متشابهين، فأوجد قيمة x .

(12



(13



الحل :

طول المستطيل $ABCD$ يساوي $20\,\mathrm{m}$ ، وعرضه $8\,\mathrm{m}$. وطول المستطيل $QRST$ المشابه له يساوي $40\,\mathrm{m}$ أوجد معامل تشابه المستطيل $ABCD$ إلى المستطيل $QRST$ ، ومحيط كل منهما.

الحل :

إذا كان معامل التشابه بين مستطيلين متشابهين 2:4 ، ومحيط المستطيل الكبير 80 m ، فأوجد محيط المستطيل الصغير.

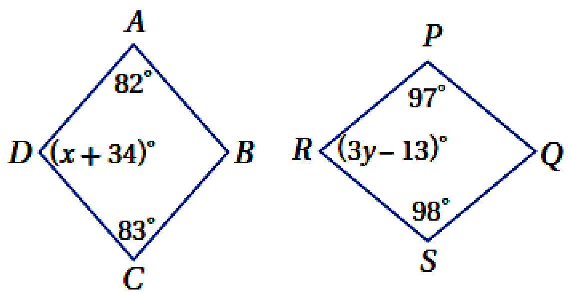
الحل :

إذا كان معامل التشابه بين مربّعين متشابهين 3:2، ومحيط المربع الصغير 50 ft ، فأوجد محيط المربع الكبير.

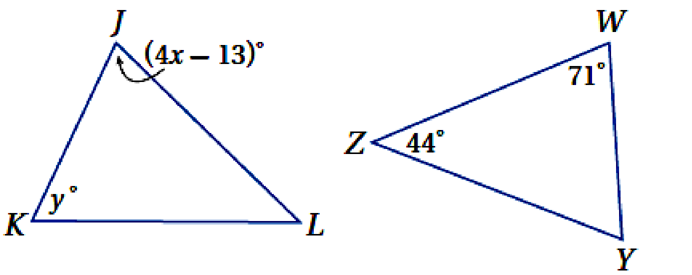
الحل :

أوجد قيمة كل متغيّر فيما يأتي:

23) $ABCD \sim QSRP$



24) $\triangle JKL \sim \triangle WYZ$



الحل :

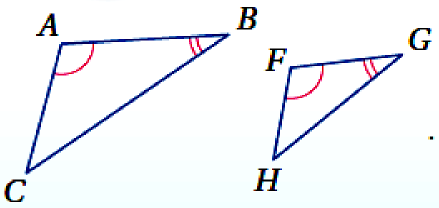
6-2 المثلثات المتشابهة
Similar Triangles

مسلمة 6.1 التشابه بزاويتين (AA)

أضف إلى مطويتك

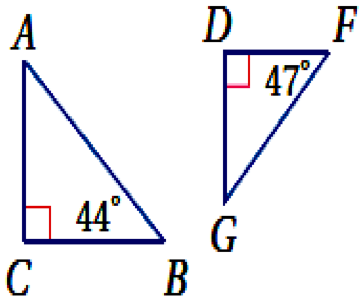
إذا طابقت زاويتان في مثلث زاويتين في مثلث آخر فإن المثلثين متشابهان.

مثال: إذا كانت $\angle A \cong \angle F , \angle B \cong \angle G$ ، فإن $\triangle ABC \sim \triangle FGH$.

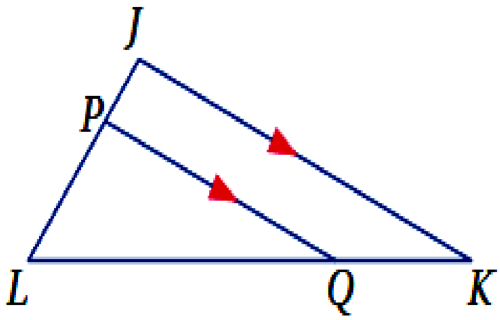


حدّد في كل مما يأتي ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه. ووضّح إجابتك.

(1A



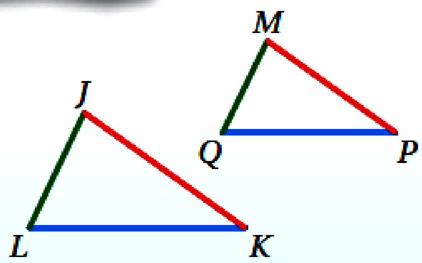
(1B



الحل :

نظريتان

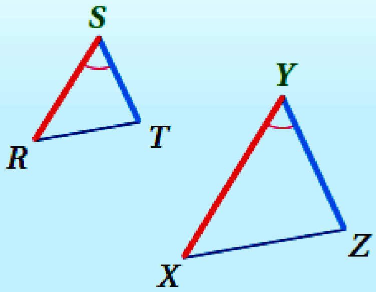
أضف إلى مطويتك



6.2 التشابه بثلاثة أضلاع (SSS)

إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة لمثلثين متناسبة، فإن المثلثين متشابهان.

مثال: إذا كان $\frac{LJ}{QM}=\frac{KL}{PQ}=\frac{JK}{MP}$ ، فإن $\triangle JKL \sim \triangle MPQ$.



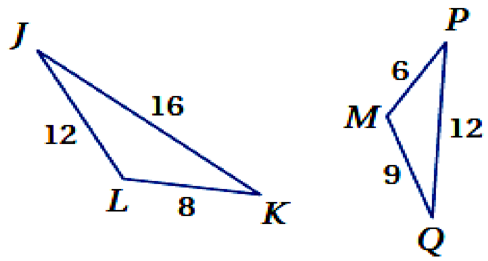
6.3 التشابه بضلعين وزاوية محصورة (SAS)

إذا كان طولا ضلعين في مثلث متناسبين مع طولي الضلعين المناظرين لهما في مثلث آخر وكانت الزاويتان المحصورتان بينهما متطابقتين، فإنَّ المثلثين متشابهان.

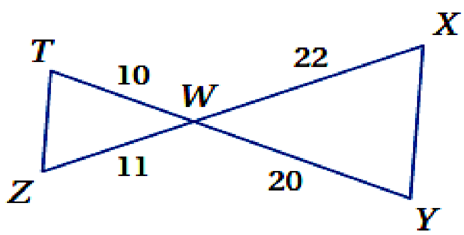
مثال: إذا كان $\angle S \cong \angle Y,\ \frac{ST}{YZ}=\frac{RS}{XY}$ ، فإن $\triangle RST \sim \triangle XYZ$.

حدّد في كل مما يأتي ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه. و وضّح إجابتك.

(2A



(2B



الحل :

في $\triangle JKL, \triangle FGH$ ، إذا كانت $\angle J = \angle F$ فأيّ المعطيات الآتية كافية لإثبات تشابه هذين المثلثين؟

A $\frac{KL}{GH}=\frac{JL}{FH}$ **B** $\frac{JL}{JK}=\frac{FH}{FG}$ **C** $\frac{JK}{FG}=\frac{KL}{GH}$ **D** $\frac{JL}{JK}=\frac{GH}{FG}$

الحل :

استعمال المثلثات المتشابهة : تشابه المثلثات مثل تطابق المثلثات يحقق خصائص الانعكاس والتماثل والتعدّي.

نظرية 6.4 خصائص التشابه

أضف إلى مطويتك

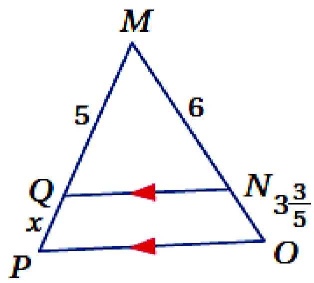
خاصيّة الانعكاس للتشابه: $\triangle ABC \sim \triangle ABC$

خاصيّة التماثل للتشابه: إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ، فإنَّ $\triangle DEF \sim \triangle ABC$.

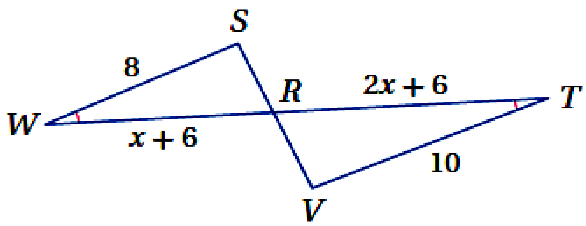
خاصيّة التعدّي للتشابه: إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF,\ \triangle DEF \sim \triangle XYZ$ فإن $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

تحقق من فهمك أوجد كل طولٍ فيما يأتي.

4A) QP, MP



4B) WR, RT

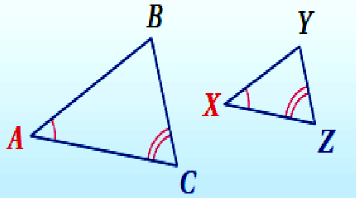


الحل :

ملخص المفهوم تشابه المثلثات

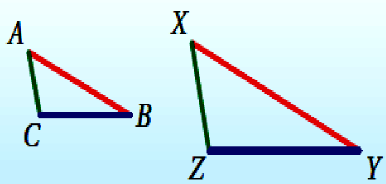
أضف إلى مطويتك

مسلمة التشابه AA



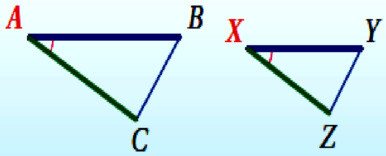
إذا كانت $\angle A \cong \angle X,\ \angle C \cong \angle Z$ فإنَّ $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

نظرية التشابه SSS



إذا كانت $\frac{AB}{XY} = \frac{BC}{YZ} = \frac{CA}{ZX}$ فإنَّ $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

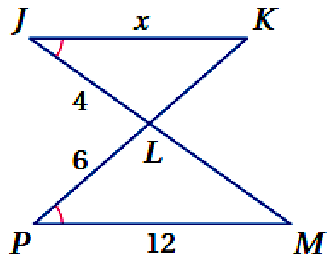
نظرية التشابه SAS



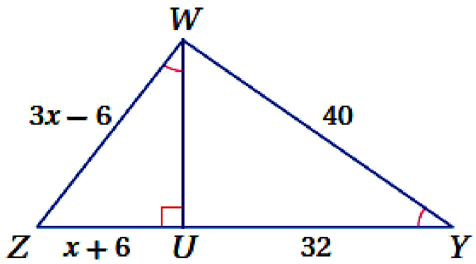
إذا كانت $\frac{AB}{XY} = \frac{CA}{ZX},\ \angle A \cong \angle X$ فإنَّ $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

جبر: عيّن المثلثين المتشابهين. ثمّ أوجد الطول المطلوب في كل مما يأتي:

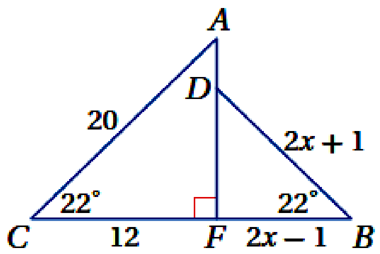
13) JK



14) WZ , UZ



15) DB, CB



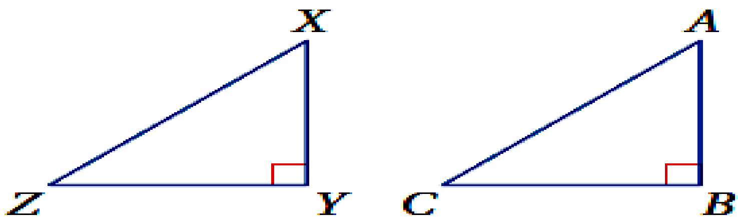
الحل :

برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين في كل مما يأتي:

المعطيات: $\triangle XYZ$ و $\triangle ABC$ قائما الزاوية

$$\frac{XY}{AB} = \frac{YZ}{BC}$$

المطلوب: إثبات أنّ $\triangle YXZ \sim \triangle BAC$



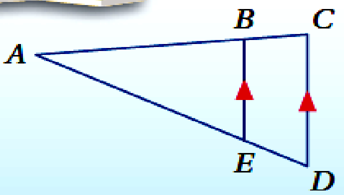
الحل :

6-3 المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة
Parallel Lines and Proportional Parts

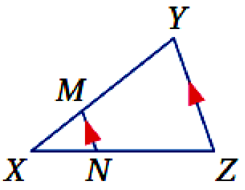
نظريّة 6.5 **نظريّة التناسب في المثلث** أضف إلى مطويتك

إذا وازى مستقيم ضلعًا من أضلاع مثلث وقطع ضلعيه الآخرين، فإنّه يقسمهما إلى قطع مستقيمة متناظرة أطوالها متناسبة.

مثال: إذا كان $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$ ، فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{ED}$.



في $\triangle XYZ$ ، إذا كان $\overline{YZ} \parallel \overline{MN}$، فأجب عن السؤالين الآتيين:



1) إذا كان $XM = 4 , XN = 6 , NZ = 9$ ، فأوجد XY .

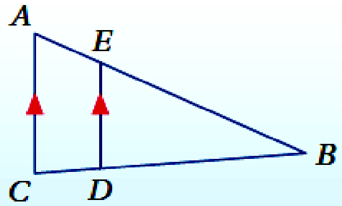
2) إذا كان $XN = 6 , XM = 2 , XY = 10$ ، فأوجد NZ .

الحل :

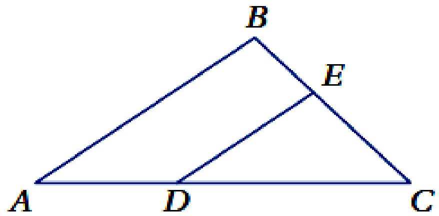
نظريّة 6.6 **عكس نظريّة التناسب في المثلث** أضف إلى مطويتك

إذا قطع مستقيم ضلعين في مثلث وقسمهما إلى قطع مستقيمة متناظرة أطوالها متناسبة فإن المستقيم يوازي الضلع الثالث للمثلث.

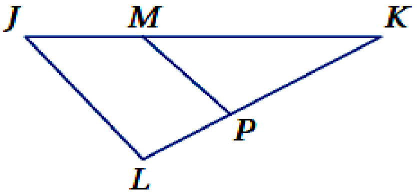
مثال: إذا كان $\frac{CD}{DB} = \frac{AE}{EB}$ ، فإن $\overline{ED} \parallel \overline{AC}$.



3) في $\triangle ABC$ ، إذا كان $BC = 15, BE = 6$ ، $DC = 12 , AD = 8$. فهل $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ ؟ برّر إجابتك.



4) في $\triangle JKL$ ، إذا كان $JK = 15, JM = 5$ ، $LK = 13, PK = 9$. فهل $\overline{JL} \parallel \overline{MP}$ ؟ برّر إجابتك.



الحل :

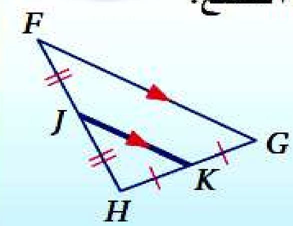
نظرية 6.7

أضف إلى مطويتك

نظريّة القطعة المنصّفة للمثلث

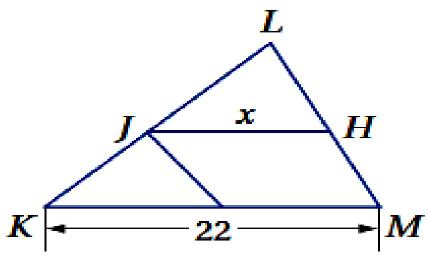
القطعة المنصفة للمثلث توازي أحد أضلاعه، وطولها يساوي نصف طول ذلك الضلع.

مثال: إذا كانت J, K نقطتي منتصف $\overline{FH}, \overline{HG}$ على الترتيب، فإن $\overline{JK} \parallel \overline{FG}, JK = \frac{1}{2} FG$.

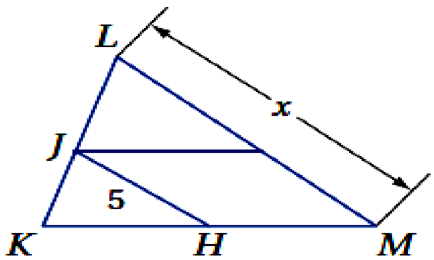


إذا كانت $\overline{JH}$ قطعة منصِّفة في $\triangle KLM$ ، فأوجد قيمة x في السؤالين الآتيين:

5)



6)



الحل :

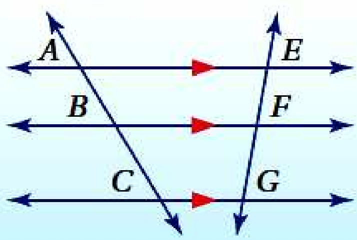
نتيجة 6.1

أضف إلى مطويتك

الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية

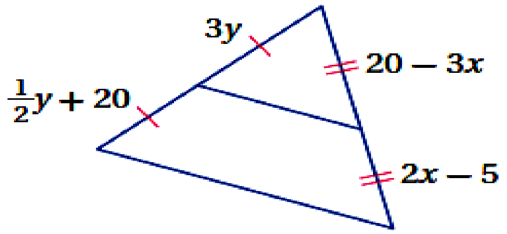
إذا قطع قاطعان ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر، فإن أطوال أجزاء القاطعين تكون متناسبة.

مثال: إذا كان $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$، فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG}$.

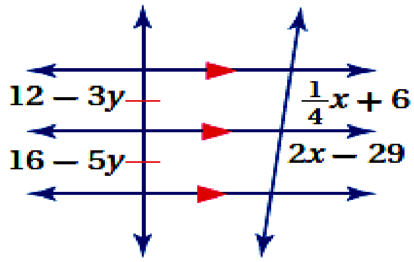


جبر: أوجد قيمتي x, y في كل من السؤالين الآتيين:

(8



(9



الحل :

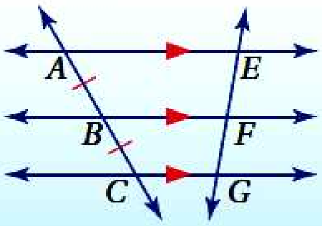
نتيجة 6.2

أضف إلى مطويتك

الأجزاء المتطابقة من قاطعين لمستقيمات متوازية

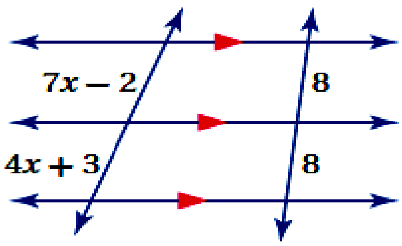
إذا قطع قاطع ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر، وكانت أجزاؤه متطابقة،فإن أجزاء أي قاطع آخر لها تكون متطابقة.

مثال: إذا كان $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$ ، وكان $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ فإن $\overline{EF} \cong \overline{FG}$.

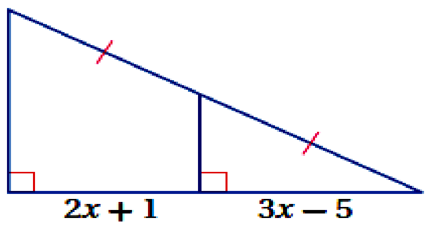


جبر: أوجد قيمة كل من x, y.

(5A



(5B



الحل :

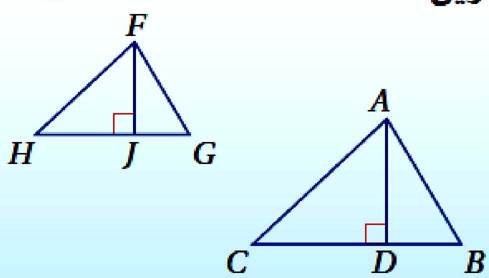
6-4 عناصر المثلثات المتشابهة
Parts of Similar Triangles

نظريات — قطع مستقيمة خاصّة في المثلثين المتشابهين

أضف إلى مطويتك

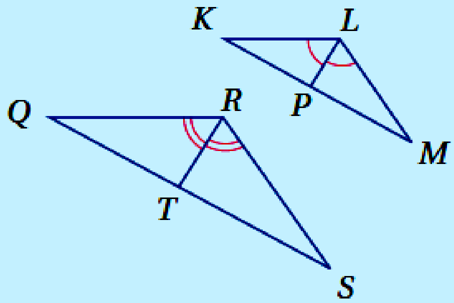
6.8 إذا تشابه مثلثان، فإنّ النسبة بين كل ارتفاعين متناظرين تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

مثال: إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle FGH$، فإنّ $\frac{AB}{FG} = \frac{AD}{FJ}$.



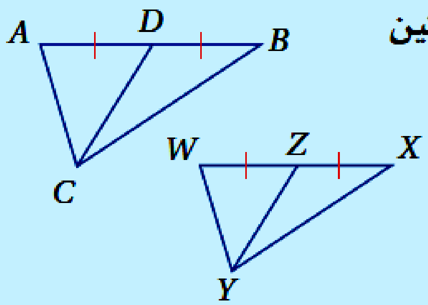
6.9 إذا تشابه مثلثان، فإن النسبة بين طولي القطعتين المنصفتين لكل زاويتين متناظرتين تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

مثال: إذا كان $\triangle KLM \sim \triangle QRS$، فإن $\frac{LM}{RS} = \frac{LP}{RT}$.



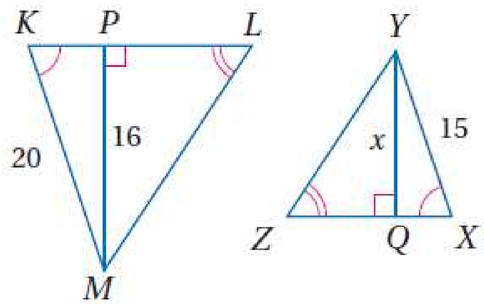
6.10 إذا تشابه مثلثان، فإنّ النسبة بين طولي كل قطعتين متوسطتين متناظرتين تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

مثال: إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle WXY$، فإنّ $\frac{AB}{WX} = \frac{CD}{YZ}$.

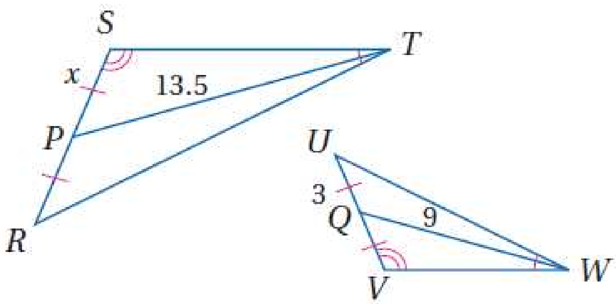


أوجد قيمة x في كل من السؤالين الآتيين.

(1A



(1B



الحل :

نظرية 6.11 منصّف زاوية في مثلث

أضف إلى مطويتك

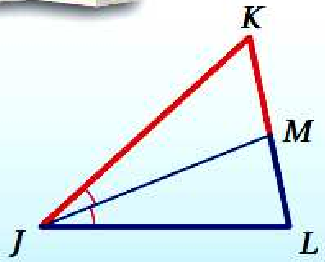
منصف زاوية في مثلث يقسم الضلع المقابل إلى قطعتين مستقيمتين النسبة بين طوليهما تساوي النسبة بين طولي الضلعين الآخرين.

مثال: إذا كانت $\overline{JM}$ منصّف زاوية في المثلث $\triangle JKL$

فإنّ $\frac{KM}{LM} = \frac{KJ}{LJ}$

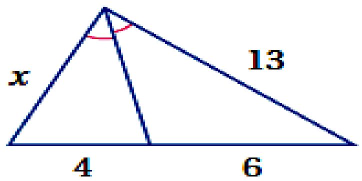
القطعتان المشتركتان بالرأس K

القطعتان المشتركتان بالرأس L

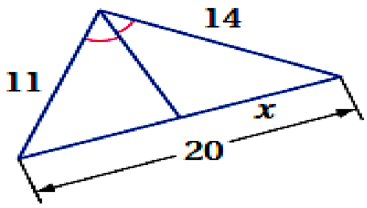


أوجد قيمة x في الشكل المجاور.

(3A



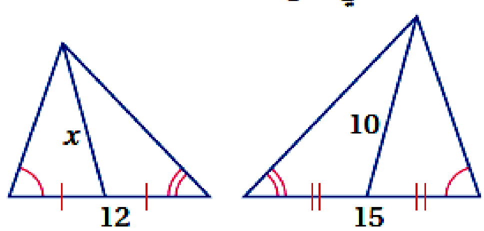
(3B



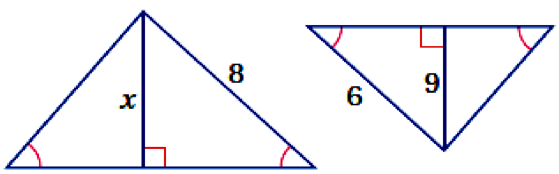
الحل :

أوجد قيمة x في كل من السؤالين الآتيين:

(1

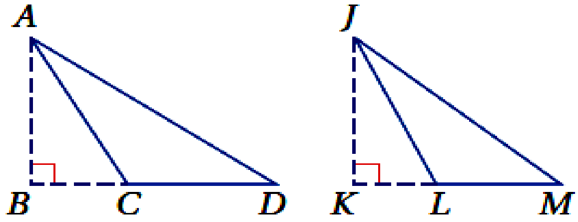


(2



الحل :

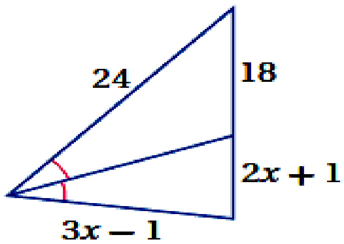
جبر إذا كانت $\overline{AB}, \overline{JK}$ ارتفاعين، وكان
$\triangle DAC \sim \triangle MJL, AB = 9$
، $AD = 4x - 8, JK = 21, JM = 5x + 3$
فأوجد قيمة x .



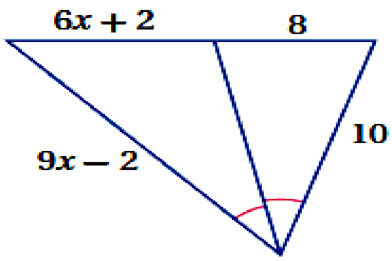
الحل :

جبر: أوجد قيمة x في كل من السؤالين الآتيين:

16)



17)



الحل :